

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Фізико-математичний факультет

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою

Фізико-математичного факультету

Протокол № 2 від 27 березня 2018 р.

Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ В.В. Ванін

М.П.

**ПРОГРАМА**

додаткового вступного випробування  
на освітньо-професійну програму підготовки аспіранта  
спеціальності 111 Математика

Програму рекомендовано кафедрою

математичного аналізу та теорії

ймовірностей

Протокол № 7 від 21 березня 2018 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ О.І. Клесов

## I. ВСТУП

В сучасній науці і техніці математичні методи дослідження, моделювання і проектування відіграють важливу роль. Важливим завданням курсу вищої математики є розвиток логічного і алгоритмічного мислення студентів, вміння проводити математичний аналіз прикладних задач. Ця програма з вищої математики відображає нові вимоги, які ставить до математичної освіти ХХІ століття. Її характеризує прикладна направленість та орієнтація на використання математичних методів, особлива увага до ймовірнісно-статистичних методів в зв'язку з її практичною значимістю. Загальний курс математики становить фундамент математичної підготовки.

Дисципліни, зміст яких входить до програми, належать до циклу математичних дисциплін. Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Вступники повинні з повним розумінням знати фундаментальні закони математики, а також методи їх досліджень, вміти застосовувати ці знання при розгляді окремих явищ, поєднувати їх суть з аналітичними співвідношеннями, вміти використовувати знання з курсів базових математичних дисциплін, при вивченні інших дисциплін, як загально-інженерних, так і за фахом.

Кожен з вступників отримує білет, в якому міститься три теоретичних питання з математики. На підготовку відповіді відводиться 90 хв. часу.

## II. ОСНОВНИЙ ВИКЛАД

Програма додаткового випробування складена на основі програм таких дисциплін: «Варіаційне числення і методи оптимізації», «Аналіз часових рядів», «Фінансова математика фондового ринку», «Елементарна теорія чисел та криптографія» – і містить такі розділи:

### **Розділ 1. Варіаційне числення і методи оптимізації.**

1. Зв'язок задач варіаційного числення із задачами оптимізації та оптимального керування.
2. Класичні задачі варіаційного числення та оптимізаційні задачі математичної фізики.
3. Методи побудови наближених розв'язків варіаційних задач у параметричних класах функцій.
4. Умови оптимальності та екстремальні розв'язки варіаційних задач. Рівняння Ейлера.
5. Варіаційні задачі із обмеженнями. Узагальнені теореми Каруша-Куна-Таккера.
6. Градієнтні методи побудови розв'язків ускладнених варіаційних задач.
7. Друга варіація і достатні умови екстремуму. Теорема Лежандра.
8. Прямі методи варіаційного числення. Методи Рітца і Гальоркіна.

9. Умови оптимальності розв'язків варіаційних задач для функцій багатьох змінних.
10. Умови оптимальності розв'язків варіаційних задач для функціоналів від функцій і їх похідних вищих порядків. Рівняння Ейлера-Пуассона.
11. Варіаційні принципи.
12. Задачі оптимального керування. Задачі багатокритеріальної оптимізації.

### **Розділ 2. Аналіз часових рядів.**

1. Стаціонарні послідовності; властивості, приклади.
2. Процеси ARMA(p,q).
3. Задача прогнозування стаціонарних послідовностей.
4. Стаціонарні процеси; приклади.
5. Ергодичність стаціонарних процесів.
6. Спектральна функція, спектральна щільність стаціонарних процесів.
7. Задача фільтрації для стаціонарних процесів.
8. Крос-характеристики фільтрів для стаціонарних процесів.

### **Розділ 3. Фінансова математика фондового ринку.**

1. Математичні методи аналізу неризикованих та ризикованих фінансових активів.
2. Математична модель фінансового ринку з одним періодом.
3. Арбітражні стратегії, цінова міра, мартингальна властивість.
4. Оптимізаційні задачі для портфельних інвесторів.

### **Розділ 4. Елементарна теорія чисел та криптографія.**

1. Класичні схеми шифрування.
2. Криптографія з відкритим ключем.
3. Криптографічні методи для функціонування електронних грошей.
4. Криптографічні протоколи для електронних виборів.

## **ІІІ. ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ**

### **1. Допоміжні матеріали.**

На екзамені не допускається користування додатковою літературою.

### **2. Критерії оцінювання.**

Екзаменаційний білет складається з трьох теоретичних питань з математики.

Система оцінювання оцінює здатність вступника:

- узагальнювати отримані знання для вирішення конкретних завдань, проблем;
- застосовувати правила, методи, принципи, закони у конкретних ситуаціях;
- аналізувати і оцінювати факти, події та робити обґрунтовані висновки;
- інтерпретувати схеми, графіки, діаграми;
- викладати матеріал логічно, послідовно, з дотриманням вимог стандартів.

Відповідь вступника оцінюється за 100-бальною шкалою (по 33-34 бали за кожне питання). Правильною відповіддю вважається повне і адекватне висвітлення питання згідно з Програмою додаткового вступного випробування.

Після цього здійснюється перерахування цих балів у оцінку ECTS згідно з таблицею:

Сума набраних балів	Оцінка
<b>95...100</b>	зараховано
<b>85...94</b>	
<b>75...84</b>	
<b>65...74</b>	
<b>60...64</b>	
<b>Менше 60</b>	не зараховано

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бокс Дж. Анализ временных рядов: прогноз и управление/ Бокс Дж., Дженкинс Г. – М.: Мир, 1974, вып 1,2. – 604 с.
2. Хеннан Э. Многомерные временные ряды. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 760 с.
4. Анализ временных рядов: электронный учебник по статистике. – [www.stat.soft.ru/home/textbook/modules/sttimser.html](http://www.stat.soft.ru/home/textbook/modules/sttimser.html)
5. Клесов О. І. Фінансова математика // Клесов О. І. – (електронний конспект лекцій), 2016. – 280 с.
6. Четыркин Е.М. Финансовая математика // Четыркин Е.М. – Москва: «Дело», 2000. – 398 с.
7. Халл Дж. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. // Халл Дж. – М.: ``Вильямс'', 2008. – 1024 с.
8. Григорків В. С., Ярошенко О. І., Нікіфоров П. О. Фінансова математика // Григорків В. С. – Чернівці: ЧНУ, 2011. – 488 с.
9. Галиц Л. Финансовая инженерия // Галиц Л. – М.: ``ТВП'', 1998. – 576 с.
10. Клесов О. І. Елементарна теорія чисел та елементи криптографії // Клесов О. І. – К.: ТВіМС, 2015. – 400 с.
11. Коутинхо С. Введение в теорию чисел. Алгоритм RSA // Коутинхо С. – М.: ``Постмаркет'', 2001. – 329 с.
12. Василенко О. Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии // Василенко О. Н. – М.: ``МЦНМО'', 2006. – 326 с.
13. Виноградов И. М. Основы теории чисел // Виноградов И. М. – М.: ``Наука'', 1976. – 178 с.

- 14.Дориченко С. А. 25 этюдов о шифрах // Дориченко С. А., Яценко В. В.– М.: ``Теис", 1994. – 72 с.
- 15.Нечаев В. И. Элементы криптографии // Нечаев В. И. – М.: ``Высшая школа", 1996. – 112с.
- 16.Черемушкин А. В. Лекции по арифметическим алгоритмам в криптографии // Черемушкин А. В. – М.: ``МЦНМО", 2002. – 108 с.
- 17.Яценко В. В. Введение в криптографию. Изд. 3-е // Яценко В. В. (под ред.) – М. : ``МЦНМО", 2000. – 292 с.
- 18.Харди Г. Апология математика // Харди Г. – Ижевск: ``РХД", 2000. – 108 с.
- 19.Кан Д. Взломщики кодов // Кан Д. – М.: ``Центрполиграф", 2000. – 499 с.

Розробник програми:  
зав. каф. математичного аналізу  
та теорії ймовірностей,  
д.ф.-м.н., професор

Клесов Олег Іванович