

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою

Фізико-математичного факультету

Протокол № 2 від 26 лютого 2019 р.

Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ В.В. Ванін

М.П.

**ПРОГРАМА**

додаткового випробування

для вступу на програму підготовки магістра

*за спеціальністю 104 Фізика та астрономія*

Програму рекомендовано кафедрами:

*Загальної та експериментальної фізики*

Протокол № 02-19 від 06 .02. 2019р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Ю.І. Горобець

*Загальної та теоретичної фізики*

Протокол № 02-19 від 06 .02. 2019 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ В.М. Локтєв

*Загальної фізики та фізики твердого тіла*

Протокол № 02-19 від 07 .02.2019 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ В.Й. Котовський

Київ – 2019

## I. ВСТУП

В наш час вища школа повинна розв'язувати задачу підсилення фундаментального характеру освіти спеціалістів. Фізика разом з математикою знаходиться в першому ряді фундаментальних дисциплін. Разом з фундаментальністю освіти для спеціаліста важливе значення має вміння ефективно використовувати результати фізичних досліджень для прискорення науково-технічного прогресу, а також будувати математичні моделі фізичних процесів.

Дисципліни, зміст яких входить до програми атестаційного випробування, належать до циклу математичних дисциплін. Це такі дисципліни, як «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія та лінійна алгебра», «Основи векторного та тензорного аналізу», «Диференціальні рівняння», «Методи математичної фізики», «Теорія ймовірностей». Метою проведення даного випробування є перевірка базових навичок та вмінь вступників щодо розв'язання математичних задач, які є основою при дослідженні фізичних характеристик процесів, знання основних принципів і законів математичних дисциплін; здатності відтворювати математичні моделі, кількісно формулювати і вирішувати математичні задачі, наявність уявлення про межі застосування математичних моделей і теорій.

Вступники повинні з повним розумінням знати фундаментальні закони фізики й математики, а також методи їх досліджень, вміти застосовувати ці знання при розгляді окремих явищ, поєднувати їх фізичну суть з аналітичними співвідношеннями, вміти поєднувати макроскопічні явища з їх мікроскопічним механізмом; вміти використовувати знання з курсів базових математичних дисциплін, а також загальної та теоретичної фізики, при вивченні інших дисциплін, як загально-інженерних, так і за фахом.

Комплексне фахове випробування відбувається у вигляді письмового екзамену. Кожен з вступників отримує білет, в якому міститься три теоретичних питання та одна задача з наведених нижче дисциплін. На підготовку відповіді відводиться 90 хв. часу.

## II. ОСНОВНИЙ ВИКЛАД

Програма атестаційного випробування містить такі розділи:

### Розділ 1. Математичний аналіз.

1. Границя послідовності. Теореми про єдиність границі та обмеженість збіжної послідовності.
2. Нескінченно малі функції (означення, приклади). Порівняння нескінченно малих.
3. Неперервна функція на множині (означення). Перша та друга теореми Вейєрштрасса.
4. Теореми Ферма та Ролля.
5. Теорема Лагранжа про середнє.
6. Означення визначеного інтеграла та його властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
7. Означення довжини дуги кривої. Обчислення довжини гладкої кривої в прямокутних та полярних координатах.
8. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування.
9. Подвійні та потрійні інтеграли, їх зведення до двократних та трикратних. Приклади застосування.
10. Формула Гаусса-Остроградського.
11. Збіжність числового ряду: означення, необхідна умова збіжності, приклади. Гармонічний ряд.
12. Ознака Даламбера та радикальна ознака Коші.
13. Інтегральна ознака Маклорена-Коші. Узагальнений гармонічний ряд.
14. Ряд Тейлора. Достатні умови розвинення функції в ряд Тейлора. Приклади.
15. Алгебраїчна форма запису комплексного числа. Операції над комплексними числами в алгебраїчній формі. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Тригонометрична форма запису комплексного числа. Операції над комплексними числами в тригонометричній формі. Показникова форма запису комплексного числа.
16. Похідна. Поняття аналітичної функції. Умови Коші-Рімана.
17. Інтеграл від комплексної функції: означення, властивості.
18. Ряд Лорана.
19. Лишки: означення. Основна теорема про лишки. Приклади.
20. Ізольовані особливі точки: означення, класифікація. Методи обчислення лишків в особливих точках різних типів. Приклади.
21. Перетворення Лапласа. Оригінал та зображення: означення, властивості, приклади.

### Розділ 2. Аналітична геометрія та лінійна алгебра.

1. Означення матриці. Система позначень. Алгебраїчні дії над матрицями.

2. Означення визначника. Властивості визначників. Теорема Лапласа. Теорема про добуток визначників. Основні методи обчислення визначників.
3. Обернена матриця. Означення. Побудова оберненої матриці.
4. Ранг матриці. Означення мінору матриці. Означення рангу матриці. Теорема про базисний мінор.
5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Основні поняття. Критерій сумісності. Системи лінійних рівнянь крамеровського типу. Теорема Крамера. Арифметичний простір розв'язків однорідної системи рівнянь. Побудова загального розв'язку неоднорідної системи алгебраїчних рівнянь.
6. Векторна алгебра. Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. Лінійна залежність та незалежність векторів. Базис в скінченновимірному просторі. Поняття системи координат. Декартова (афінна) система координат.
7. Криволінійні системи координат (полярна, циліндрична, сферична).
8. Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів. їх властивості та застосування. Подвійний векторний добуток. Тотожність Лагранжа.
9. Перетворення координат вектора на площині і в просторі. Кути Ейлера.
10. Векторні та координатні рівняння прямої на площині.
11. Векторні та координатні рівняння площини у просторі.
12. Векторні та координатні рівняння прямої у просторі.
13. Відстань від точки до прямої, площини.
14. Криві другого порядку. Канонічні рівняння кривих другого порядку. Еліпс, гіпербола та парабола, їх властивості.
15. Полярні рівняння кривих другого порядку. Параметричні рівняння кривих.
16. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку. Еліпсоїди. Гіперболоїди. Параболоїди.

### **Розділ 3. Основи векторного та тензорного аналізу.**

1. Лінійні оператори. Означення. Система позначень. Властивості лінійних операторів. Ядро та ранг лінійного оператора. Матриця лінійного оператора. Лінійні оператори та заміна базису.
2. Спектральна задача лінійних операторів. Означення власних значень та власних векторів лінійного оператора. Скалярні інваріанти. Теорема Гамільтона-Келі. Канонічний вид матриць лінійного оператора.
3. Лінійні оператори у просторах зі скалярним добутком. Спряжені, самоспряжені й ортогональні лінійні оператори та їх властивості: матриця, власні значення та власні вектори.
4. Лінійні, білінійні та квадратичні форми. Означення та властивості лінійних форм. Симетричні білінійні форми. Квадратичні форми. Означення та їх властивості. Приведення квадратичних форм до канонічного виду.

5. Означення тензора. Алгебраїчні дії над тензорами. Метричний тензор. Тензори в евклідовому просторі.
6. Основи векторного та тензорного аналізу. Предмет та метод векторного, тензорного аналізу. Теорія криволінійних координат. Взаємний базис. Коваріантні і контраваріантні координати векторів.
7. Скалярні, векторні та тензорні поля. Поняття ріманового простору. Асоціативні тензори. Алгебраїчні дії над тензорними полями.
8. Інваріантність тензорних рівнянь. Поняття про скалярний інваріант. Інваріантне представлення векторів і тензорів.
9. Коваріантне диференціювання. Абсолютний диференціал скалярних, векторних та тензорних полів. Символи Кристоффеля. Коваріантне диференціювання векторних та тензорних полів. Теорема Річчі. Коваріантні похідні вищих порядків. Інваріанти кривих та поверхонь.
10. Диференціальні оператори. Інтегрування тензорних величин. Основні інтегральні теореми.

#### **Розділ 4. Диференціальні рівняння.**

1. Означення диференціального рівняння I порядку, його розв'язку. Задача Коші. Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними.
2. Однорідні та квазіоднорідні диференціальні рівняння та звідні до них.
3. Лінійні диференціальні рівняння. Рівняння Бернуллі.
4. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.
5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n-ого порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера побудови загального розв'язку однорідних рівнянь.
6. Теорема про структуру загального розв'язку неоднорідного лінійного диференціального рівняння n-ого порядку. Метод варіації довільних сталих побудови частинного розв'язку неоднорідного рівняння.
7. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та квазіполіномом у правій частині. Метод невизначених коефіцієнтів.
8. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
9. Лінійні інтегральні рівняння.

#### **Розділ 5. Методи математичної фізики.**

1. Назвіть основні рівняння математичної фізики. Які фізичні явища та процеси вони описують?
2. Що розуміють під канонічною формою диференціальних рівнянь у частинних похідних? Які канонічні форми рівнянь математичної фізики існують?
3. У чому полягає процедура зведення рівнянь у частинних похідних другого порядку з двома змінними до канонічної форми?
4. Виведіть формулу Д'Аламбера з хвильового рівняння.

5. Запишіть формулу Д'Аламбера розв'язку хвильового рівняння. Який фізичний процес вона описує?
6. Сформулюйте першу, другу та мішану крайові задачі.
7. У чому полягає метод Фур'є розв'язання рівнянь математичної фізики? Сформулюйте його основні положення.
8. Розв'язати першу крайову задачу для хвильового рівняння методом Фур'є.
9. Сформулюйте задачу Штурма-Ліувілля. Що таке власні значення та власні функції задачі Штурма-Ліувілля?
10. Розв'язати першу крайову задачу для рівняння теплопровідності методом Фур'є.
11. Сформулюйте процедуру розв'язку неоднорідного хвильового рівняння про змушені коливання струни.
12. Сформулюйте процедуру розв'язку хвильового рівняння про коливання струни з рухомими кінцями.
13. Сформулюйте загальну схему методу відокремлення змінних.

### 3. ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ

#### 1. Допоміжні матеріали.

На атестаційному випробуванні не допускається користування додатковою літературою.

#### 2. Критерії оцінювання.

Білет атестаційного випробування складається з трьох теоретичних питань з математичних дисциплін та одного практичного завдання (задачі).

Приклад екзаменаційного білета:

#### НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Освітньо-кваліфікаційний рівень \_\_\_\_\_ *магістр* \_\_\_\_\_  
 Спеціальність \_\_\_\_\_ *104 Фізика та астрономія* \_\_\_\_\_

#### ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 20

1. Обернена матриця. Означення. Побудова оберненої матриці.
2. Виведіть формулу Д'Аламбера з хвильового рівняння.
3. Збіжність числового ряду: означення, необхідна умова збіжності, приклади. Гармонічний ряд.
4. Задача. Знайти екстремуми функції:

$$y = -\frac{1}{2}x^3 + 6x - 1.$$

Затверджено на засіданні методичної комісії ФМФ КПІ ім. Ігоря Сікорського

Система оцінювання оцінює здатність студента:

- узагальнювати отримані знання для вирішення конкретних завдань, проблем;
- застосовувати правила, методи, принципи, закони у конкретних ситуаціях;
- аналізувати і оцінювати факти, події та робити обґрунтовані висновки;
- інтерпретувати схеми, графіки, діаграми;
- викладати матеріал логічно, послідовно, з дотриманням вимог стандартів.

Система критеріїв оцінювання передбачає наступне:

- відповідь студента оцінюється за 100-бальною шкалою;
- кількість балів ( $q_{i \max}$ ), яка нараховується за виконання окремого завдання складає 25 балів,  $\sum q_{i \max} = 100$  ;
- в залежності від повноти і правильності відповіді на кожне окреме питання вступник отримує такі бали:

Частина правильної відповіді	Бали оцінки відповіді
91...100%	25...22
76...90%	22...19
61...75%	19...15
0...60%	0...14

Правильною відповіддю в даному контексті вважається повне і адекватне висвітлення питання згідно з Програмою комплексного фахового випробування.

Загальна кількість балів за відповідь визначається шляхом підсумовування балів ( $q_i$ ) за виконання окремих його частин.

$$Q = \sum q_i$$

Після цього здійснюється перерахування цих балів у чотирибальну оцінку згідно з таблицею:

Сума набраних балів $Q$	Оцінка
95...100	<i>Відмінно</i>
85...94	<i>Дуже добре</i>
75...84	<i>Добре</i>
65...74	<i>Задовільно</i>
60...64	<i>Достатньо</i>
Менше 60	<i>Незадовільно</i>

### РЕКОМЕНДОВАНА ЛТЕРАТУРА

1. Бакельман Й. Я. Аналитическая геометрия и линейная алгебра, — М., Просвещение, 1976, 288 с.
2. Беклимишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М., Наука, 1974, 320с.
3. Білоусова В. П. та інш. Аналітична геометрія. — К., 1985, - 328 с.
4. Ильин В. А., Позняк З. Г. Аналитическая геометрия. — М., 1971. — 232 с.
5. Ильин В. А., Позняк З. Г. Линейная алгебра. — М., 1974. — 296 с.
6. Головина Л. И. Линейная алгебра инекоторые ее приложения. — М., 1985. — 392с.
7. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии. — М., 1979. — 256 с,
8. Крутицкая Н. Ч., Шишкин А. А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. — М., 1985. - 120с.
9. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. — М., 1984 — 336 с.
10. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. — М., 1966.-336с.
11. Воеводин В. В. Линейная алгебра. - М., Наука. 1980. — 400 с.
12. Назієв Е. Х. Владіміров В. М. Миронець О. А. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. — К., Либідь. 1997. —152 с.
13. Чарін В. С. Лінійна алгебра. — К; Техніка. 2004-414 с.
14. Булдигін В. В. та інш. Збірник задач з аналітичної геометрії та векторної алгебри. — К. Вища Школа 1999. — 191 с.
15. Сборник задач по математике для втузов. Линейная алгебра и основы математического анализа. М; - 1986-464
16. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння, - Київ; Либідь, 1994-360 с
17. Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М. О. Диференціальні рівняння в прикладах і задачах,- Київ: Вища школа, 1994- 455 с.
18. Ляшко І.І., Боярчук О. К., Гай Я. Г., Калайда О. Ф. Диференціальні рівняння. К., 1981- 504 с.

19. Михлин С. Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М. , 1959-232 с.
20. Головач Г.П. , Калайда О.Р. Збірник задач з диференціальних та інтегральних рівнянь.- Київ: " Техніка " , 1997- 286 с.
21. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М "Наука", 1992-128 с.
22. Сборник задач по математике для вузов. Специальные разделы математического анализа. Под редакцией А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича, М. " Наука" ,1981-366 с.
23. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., 1969- 424 с.
24. Арнольд В.И.. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М." Наука", 1984 -272 с.
25. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые её приложения. - М., «Наука» 1985г., - 392 с.
26. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. -М., «Наука» 1984г., -392 с.
27. Булах Е.Г., Шуман В.Н. Основы векторного анализа и теория поля. - К., «Наукова Думка», 1998г, - 359с.'
28. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. векторный анализ и начала тензорного исчисления. -Х., «ХУ». 1972г., -254 с.
29. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ с приложением к геометрии, механике и физике. - М., 1963 г., -412 с.
30. Проскурняков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. - М.,1984 г., -336с.
31. Аквис М.А., Гольдберг В.В.Тензорное исчисление - М., «Наука», 1972 г., - 352с.
32. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложением к механике. -К., «Наукова Думка», 1972 г., -147 с.
33. Схоутен Н.А. Тензорный анализ для физиков. -М., «Наука», 1965 г., -456с.
34. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. В 2-х ч. – М.: Физматлит. Ч.1 - 2005, 648с.; Ч.2 – 2002. – 464с.
35. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М., Наука, 1981. –512 с.

Розробник програми:

проф. каф. З та ЕФ д.ф.-м.н. проф. Решетняк С.О.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові)

\_\_\_\_\_ (підпис)